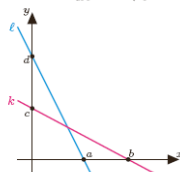


● خط و معادله‌های خطی ●

۱۲. مطابق شکل زیر، خط k به معادله $\frac{x}{8} + \frac{y}{4} = 1$ ، خط ℓ را قطع کرده است. اگر $b - a = 5$ و $d - c = 5$ ، آنگاه معادله خط ℓ را به دست آورید.

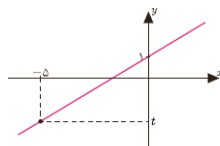


۱۳. خط به معادله $2x - 7y + 4 = 0$ از کدام ربع دستگاه مختصات نمی‌گذرد؟

۱۴. اگر بدانیم $a^2 + b^2 = 0$ ، آنگاه معادله $ax + by + c = 0$ چه چیزی را در صفحه مختصات نشان می‌دهد؟

۱۵. معادله خطی را بنویسید که محور x ها را در نقطه‌ای به طول ۲ قطع کند و موازی خطی باشد که از دو نقطه $\left(\frac{1}{2}, 1\right)$ و $\left(-\frac{1}{2}, 1\right)$ می‌گذرد.

۱۶. خط $y = 2x + d$ در زیر رسم شده است. مقدار d چقدر است؟



۱۷. کدام یک از عبارتهای زیر درست و کدام یک نادرست است؟

الف) اگر شیب دو خط برابر باشند، آن دو خط موازی‌اند.

ب) اگر دو خط موازی باشند، شیب آن دو خط برابرند.

۱۸. می دانیم دو خط $y = mx + b$ و $y = m'x + b'$ موازی اند. اگر $mm' = 1$ آنگاه کدام یک از عبارت های زیر درست و کدام یک نادرست است؟

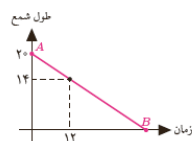
الف) هر دو خط، موازی نیمساز ربع اول و سوم هستند.

ب) هر دو خط، موازی نیمساز ربع دوم و چهارم هستند.

۱۹. زاویه بین دو خط $x = 1395$ و $x = 2016$ و $y + x = 20$ چند درجه است؟

۲۰. محیط هشت ضلعی منتظمی که سه ضلع آن روی خطوط $y = 6$ ، $y = x + 2$ و $x = 2$ باشد، چقدر است؟

۲۱. یک شمع عجیب در حالت ایستاده روشن می شود و آنقدر روشن می ماند تا تمام شود. پاره خط AB در شکل زیر، طول شمع در حال سوختن را بر حسب زمان نشان می دهد.



الف) اگر دو سر این شمع عجیب را همزمان روشن کنیم و شمع را به صورت افقی روی میز بگذاریم، هر طرف شمع مانند حالت ایستاده می سوزد. در این حالت نمودار سوختن شمع را رسم کنید.

ب) اگر دو سر این شمع عجیب را همزمان روشن کنیم و شمع را به صورت عمودی نگه داریم، پایین شمع با سرعت ۷ برابر بالای شمع می سوزد. در این حالت نمودار سوختن شمع را رسم کنید.

۲۲. کدام یک از عبارت های زیر درست و کدام یک نادرست است؟

الف) اگر $(x + y) + (x - y) = 1$ ، آنگاه $x = \frac{1}{2}$ و $y = -\frac{1}{2}$.

ب) اگر $(x + y) + \sqrt{3}(x - y) = 1$ ، آنگاه $x = \frac{1}{2}$ و $y = -\frac{1}{2}$.

دستگاه معادلات خطی

۱. فرض کنید $A = \begin{bmatrix} 2x+2y \\ 8 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} -7 \\ -2x-2y \end{bmatrix}$.

الف) x و y را طوری تعیین کنید که A روی محور عرض‌ها و B روی محور طول‌ها باشد.

ب) x و y را طوری تعیین کنید که A روی نیم‌ساز ربع اول و سوم و B روی نیم‌ساز ربع دوم و چهارم باشد.

۲. فاصله محل برخورد دو خط $2x - y = 1$ و $x - 4 = 0$ و $y + 3x - 4 = 0$ از مبدأ مختصات چقدر است؟

۳. معادله خطی را بنویسید که با خط $2x + 2 = \sqrt{3}y$ موازی باشد و از نقطه برخورد دو خط $2x + 5 = 0$ و $y + 2x - 1 = 0$ بگذرد.

۴. محل برخورد دو خط به معادله‌های $x + 2 = y$ و $my = x + n$ روی محور x قرار دارد. n را بیابید.

۵. مقدار k را طوری تعیین کنید که دستگاه زیر جواب نداشته باشد.

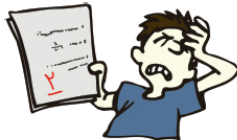
$$\begin{cases} 3x - 2y = k \\ kx + 3y = 1395 \end{cases}$$

۶. محل برخورد دو خط $2x + 2 = y$ و $y = \frac{3}{4}x - \frac{7}{4}$ دارای مختصات طبیعی است. پنج برادر محدوده مقدار a را به‌صورت زیر حدس زدند. کدام حدس درست و کدام نادرست است؟

- حدس هوشنگ: $6 < a \leq 13$
- حدس بیژن: $7 < a < 14$
- حدس ارژنگ: $6 \leq a < 13$
- حدس ارسلان: $5 < a < 14$
- حدس اردشیر: $10 < a < 12$

۷. اگر سه خط با معادله‌های $x - y = 3$ ، $x + my = 3$ و $(2m - 5)x + y = 9$ یکدیگر را در یک نقطه قطع کنند، آنگاه m را بیابید.

۸. معادله پنج خط را بنویسید به طوری که این پنج خط دقیقاً در یک نقطه مشترک باشند.
۹. علیرضا در آزمونی شرکت کرد که ۴۰ سؤال داشت. روی دفترچه آزمون نوشته شده بود: «هر پاسخ درست ۵/۰ نمره مثبت و هر پاسخ نادرست ۱ نمره منفی دارد.» علیرضا در پایان آزمون خوشحال بود که به تمام سؤال‌ها پاسخ داده است؛ اما بعد از اعلام نتایج نتایج علیرضا ۲ شد! او به چند سؤال پاسخ درست داده بود؟



۱۰. احمد و محمود هر کدام تعدادی سکه داشتند. احمد ۵ سکه از پادریزگش گرفت و سکه‌هایش دو برابر سکه‌های محمود شد. سپس ۱۲ سکه به مادریزگش داد و تعداد سکه‌هایش نصف تعداد سکه‌های محمود شد. احمد در ابتدا چند سکه داشته است؟



۱۱. می‌دانیم $P(x)$ یک چندجمله‌ای درجه ۱ است. $P(x)$ را طوری تعیین کنید که داشته باشیم $P(1) = 3$ و $P(2) = 5$.
۱۲. می‌دانیم $P(x)$ یک چندجمله‌ای درجه ۲ است. $P(x)$ را طوری تعیین کنید که داشته باشیم $P(1) = 0$ ، $P(2) = 1$ و $P(3) = 4$.

• خط و معادله‌های خطی •

۱۳. می‌دانیم $P(x)$ یک چندجمله‌ای درجه ۳ است. $P(x)$ را طوری تعیین کنید که داشته باشیم $P(3) = 3$ و $P(2) = 1$ ، $P(1) = 0$.

۱۴. می‌دانیم m و n اعدادی حقیقی هستند و معادله خط d به صورت زیر است:

$$(2x + y + 2)m + (3y - x + 7)n + (5x - 2y + 10) = 0.$$

اگر خط d موازی محور عرض‌ها باشد و محور طول‌ها را در نقطه‌ای به طول -2 قطع کند، آنگاه m و n را بیابید.

سهیل این مسئله را به صورت زیر حل کرده است. ابتدا ایراد راه‌حل سهیل را پیدا کنید و سپس m و n را به دست آورید.

راه‌حل سهیل

معادله خط در حالت کلی به صورت $ax + by + c = 0$ است. پس ابتدا چهره معادله را این گونه تغییر می‌دهیم:

$$(2x + y + 2)m + (3y - x + 7)n + (5x - 2y + 10) = 0$$

$$\Rightarrow (2m - n + 5)x + (m + 3n - 2)y + (2m + 7n + 10) = 0. (*)$$

چون خط d موازی محور عرض‌هاست و طول از مبدأ آن -2 است، در نتیجه $x = -2$ معادله خط d است. پس در رابطه $(*)$ ضریب x برابر ۱ و ضریب y برابر صفر است. بنابراین برای به دست آوردن m و n کافی است دستگاه معادلات زیر را حل کنیم.

$$\begin{cases} 2m - n + 5 = 1 \\ m + 3n - 2 = 0 \end{cases}$$

از دستگاه بالا به سادگی نتیجه می‌شود که $m = -\frac{17}{5}$ و $n = \frac{6}{5}$.