

ساده کردن عبارتهای گویا

۱. عبارت زیر را ساده کنید.

$$\frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 4}$$

حتیف و سبحان با راهحل‌های زیر عبارت بالا را ساده کرده‌اند. دربارهٔ راهحل این دو نفر بحث کنید.

راهحل حتیف

$$\begin{aligned}\frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 4} &= \frac{(x-2)(x-1)}{(x-2)(x+2)} \\ &= \frac{x-1}{x+2} \quad (x \neq 2)\end{aligned}$$

چون در کسر $\frac{(x-2)(x-1)}{(x-2)(x+2)}$ ریشه‌های مخرج ۲ و -۲ هستند، و در کسر $\frac{x-1}{x+2}$ ریشه مخرج فقط -۲ است، پس واجب است شرط $x \neq 2$ نوشته شود.
البته گذاشتن شرط $x \neq -2$ مستحب است که من ننوشته‌ام. چون خود کسر $\frac{x-1}{x+2}$ می‌گوید $x \neq -2$.

راهحل سبحان

$$\begin{aligned}\frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 4} &= \frac{(x-2)(x-1)}{(x-2)(x+2)} \quad (x \neq 2, x \neq -2) \\ &= \frac{x-1}{x+2} \quad (x \neq 2, x \neq -2)\end{aligned}$$

چون اعداد ۲ و -۲ ریشه‌های مخرج کسر $\frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 4}$ هستند پس در همهٔ تساوی‌ها باید شرط‌های $x \neq 2$ و $x \neq -2$ نوشته شود.

• عبارتهای گویا •

۲. زینب یک عبارت گویا را ساده کرد و حاصل را این گونه نوشت:

$$\frac{x-1}{x+2}, \quad (x \neq 2)$$

می‌دانیم زینب عمل ساده کردن را درست انجام داده است. کدام یک از عبارتهای زیر درست و کدام یک نادرست است؟

الف) عبارتی که زینب ساده کرده است می‌تواند $\frac{x^2-3x+2}{x^2-4}$ باشد.

ب) عبارتی که زینب ساده کرده است می‌تواند $\frac{x^3+x-x^2-1}{x^3+x+2x^2+2}$ باشد.

۳. لیلا یک عبارت گویا را ساده کرد و حاصل را این گونه نوشت:

$$\frac{x-1}{x+2}$$

می‌دانیم لیلا عمل ساده کردن را درست انجام داده است. کدام یک از عبارتهای زیر درست و کدام یک نادرست است؟

الف) عبارتی که لیلا ساده کرده است می‌تواند $\frac{x^2+x-2}{x^2+3x+4}$ باشد.

ب) عبارتی که لیلا ساده کرده است می‌تواند $\frac{a-ax}{-ax-2a}$ باشد.

۴. حداقل سه عبارت گویا مثال بزنید که ساده شده آنها عبارت زیر باشد.

$$\frac{2x-1}{x+2}, \quad \left(x \neq -3, x \neq 2, x \neq \frac{1}{2}\right)$$

۵. باتوجه به تساوی

$$\frac{a}{x} + \frac{b}{x-1} + \frac{c}{x-2} = \frac{3x^2-6x+2}{x^3-3x^2+2x}$$

مقدار $a+b+c$ را به دست آورید.

۶. حاصل عبارتهای زیر را بیابید.

$$\text{الف) } \frac{x^2-2x}{x^2-3x+2} - \frac{x-3}{x^2-4x+3} \quad \text{ب) } \frac{x-1}{x+2} \times \frac{x^2+2x-3}{x^2+x-2}$$

۷. ثابت کنید معکوس ریشه‌های چندجمله‌ای x^3-x+1 ، ریشه‌های چندجمله‌ای x^5+x+1 است.

تقسیم چندجمله‌ای‌ها

۱. تقسیم کنید و رابطه تقسیم را بنویسید.

الف) $2x^2 + 4x^2 + 2$ بر $x + 2$

ب) $1 + 5x^0 + 3x + x^2$ بر $1 + 3x + x^2$

ج) $\frac{1}{8} + 2x^4 + x^2 - x - 1$ بر $2x - 1$

د) $5 - 3x - 3x^0 - 5x^4$ بر $x^2 - 1 + x$

ه) x^4 بر $\sqrt{2} + x$

۲. تقسیم‌های داده شده را در صورت امکان محاسبه کنید.

الف) $4 + 3x^2 + x^2$ بر $4 + x^2$

ب) $4 + x^2$ بر $4 + 3x^2$

ج) 25 بر $x + 5$

د) $5 + x$ بر 25

۳. در تقسیم زیر، مقسوم‌علیه را به دست آورید.

$$\begin{array}{r|l} 6x^4 - 7x^3 - 4x^2 + 5x + 3 & \\ \hline & 2x^2 - 3x + 1 \\ \hline & \vdots \\ \hline & -2x + 5 \end{array}$$

۴. یک چندجمله‌ای درجه ۵ را بر یک چندجمله‌ای درجه ۳ تقسیم کرده‌ایم. درجه خارج‌قسمت چند است؟ چرا؟ برای هر حالت یک مثال بیاورید.

۵. یک چندجمله‌ای درجه ۷ را بر یک چندجمله‌ای درجه ۳ تقسیم کرده‌ایم. درجه باقی‌مانده کدام یک از اعداد صفر، ۱، ۲، ۳ یا ۴ می‌تواند باشد؟ چرا؟ برای هر حالت یک مثال بیاورید.

۶. هر یک از رابطه‌های زیر یک رابطه تقسیم را نشان می‌دهد. در هر قسمت، ابتدا به جای $P(x)$ چندجمله‌ای مناسب قرار دهید و سپس مقسوم، مقسوم‌علیه، خارج‌قسمت و باقی‌مانده را مشخص کنید.

الف) $4x^3 + 1 = (P(x))(2x^2 + 2x + 1) + (-x^2 - 2x + \frac{1}{2})$

ب) $x^5 + 2x^2 + 1 = (P(x))(x^2 - x + 1) + x$

۷. اگر $(x^2 - x + 4)(x^2 - x + a) = (x - a)(x - b)(x^2 - x + 4)$ ، اتحاد باشد، آنگاه a^b برابر با چه اعدادی می‌تواند باشد؟

۸. آیا رابطه تقسیم، اتحاد است؟

۹. الف) با استفاده از تقسیم $1 + 2x^2 + x^3 - x^2$ بر $1 + x^2$ ، چندجمله‌ای $x + 3 - 2x^2 - x^3$ را تجزیه کنید.

ب) آیا می‌توان گفت بعد از انجام یک تقسیم در چندجمله‌ای‌ها، یک تمرین تجزیه متولد شده است؟!

