

مرحله اول المپیاد ریاضی پایه نهم

تاریخ برگزاری: ۱۳۹۷/۱۱/۳۰
ساعت شروع: ۸ صبح

نام و نام خانوادگی داوطلب:

شماره داوطلبی:

تعداد سوال: ۳۰

مدت پاسخگویی: ۹۰ دقیقه

آزمون دارای نمره منفی می باشد.

استفاده از ماشین حساب ممنوع میباشد.

۱- امروز ۱۳۹۷/۱۱/۳۰ است. اگر رقم های مورد نیاز برای نوشتن تاریخ امروز را در یک مجموعه بنویسیم، آنگاه این مجموعه چند عضو دارد؟

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۷ (۴) ۸

۲- کدام گزینه برابر مجموعه تهی است؟

- (۱) $\{x | 3x \in \mathbb{Z}, x \in \mathbb{N}\}$ (۲) $\{x | 3x = 70, x \in \mathbb{Z}\}$
(۳) $\{x | 2x + 1 = 5\}$ (۴) $\{x^3 | x^2 + 2 = 5\}$

۳- در مورد مجموعه های A و B چند تا از عبارات های زیر درست است؟

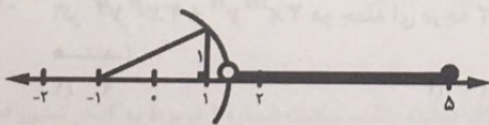
- اگر $n(A) = n(B)$ آنگاه $A = B$
 - اگر $P(A) = P(B)$ آنگاه $A = B$
 - اگر $A - B = B - A$ آنگاه $A = B$
- (۱) صفر (۲) یک (۳) دو (۴) سه

۴- اگر $A = \{1, 2, 3\}$ و $B = \{1, 2, \{3\}\}$ و $C = \{\{3\}, \{2\}, \{1\}\}$ ، کدام گزینه درست است؟

- (۱) $B - A = \emptyset$ (۲) $(B - A) \cap C = \emptyset$
(۳) $(B - C) \cap A = \emptyset$ (۴) $(A - B) \cap C = \emptyset$

۵- m و n دو عدد طبیعی هستند و $m > n > 1$ و $(m, n) = 1$. در این صورت عدد $\frac{m}{n}$ عضو کدام یک از مجموعه های زیر نیست؟

- (۱) $\mathbb{Q} - \mathbb{Z}$ (۲) $\mathbb{R} - \mathbb{Q}$
(۳) $\mathbb{Q} - \mathbb{Q}'$ (۴) $\mathbb{R} - \mathbb{Q}'$



۶- مجموعه متناظر با نقاط روی محور مقابل، زیرمجموعه کدام یک از گزینه های زیر است؟

- (۱) $\{x \in \mathbb{R} | 2 \leq x < 5\}$ (۲) $\{x \in \mathbb{R} | \sqrt{5} < x \leq 5\}$
(۳) $\{x \in \mathbb{Q} | -1 \leq x < 10\}$ (۴) $\{x \in \mathbb{R} | \frac{3}{5} < x \leq 5\}$

۷- اگر $ab \neq 0$ و $a + b = 0$ باشد، حاصل $\frac{-|a|^2 - |b|^2}{a^2}$ برابر است با:

- (۱) صفر (۲) a^2 (۳) $-b^2$ (۴) $a^2 + b^2$

۸- اگر $(A \cap B) \cup (B - A) = A$ باشد، چند تا از نتیجه گیری های زیر، همواره درست است؟

- $A \subseteq B$ *
- $A \cap B = \emptyset$ *
- $B \subseteq A$ *

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۹- چند مجموعه مانند X وجود دارد که همه اعضای آن بر ۲ و ۳ بخش پذیر باشد و همچنین در رابطه زیر صدق کند؟

$$\{2, 3\} \subseteq X \subseteq \{1, 2, 3, \dots, 30\}$$

- (۱) صفر (۲) ۵ (۳) ۷ (۴) ۲۲

۱۰- اگر $0 < a < 1$ باشد، حاصل $\left| 3a - \frac{3}{a} \right| + \left| -5a + \frac{5}{a} \right|$ برابر است با:

- (۱) $-2a + \frac{2}{a}$ (۲) $8a - \frac{8}{a}$ (۳) $2a - \frac{2}{a}$ (۴) $-8a + \frac{8}{a}$

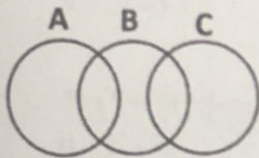
۱۱- اگر $\frac{1}{a}$ و $\frac{1}{b}$ دو عدد گویا باشند و نمایش اعشاری حاصل $(\frac{1}{a} + \frac{1}{b})$ به شکل $\frac{\cdot}{\bar{d}}$ باشد، آنگاه چند تا از عبارات های زیر درست است؟

- حداقل نمایش اعشاری یکی از آنها به شکل $\frac{\cdot}{\bar{c}}$ است
- نمایش اعشاری هر دو عدد، همواره به شکل $\frac{\cdot}{\bar{e}}$ می باشد
- نمایش اعشاری هر دو عدد، همواره، متناوب است

- (۱) صفر (۲) یک (۳) دو (۴) سه

۱۲- در پرتاب یک تاس دو پیشامد A و B ، متمایز و همشانس هستند و S مجموعه همه حالت های ممکن است. اگر $P(A) = \frac{5}{6}$ ، آنگاه حاصل $P(A \cup B) \times P(S - B)$ برابر است با:

- (۱) $\frac{1}{6}$ (۲) $\frac{5}{6}$ (۳) $\frac{25}{36}$ (۴) $\frac{5}{36}$



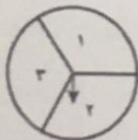
۱۳- می خواهیم اعداد صحیح ۳- تا ۳ را در سه مجموعه مانند شکل مقابل، قرار دهیم به طوری که:

- هر مجموعه سه عضوی باشد
 - مجموع اعضای هر مجموعه صفر باشد
- به چند حالت می توان این کار را انجام داد؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۷

۱۴- اگر $3x^m y^n + 3x^p y^q$ دو جمله ای درجه ۲ باشد؛ حداکثر چند دو جمله ای متفاوت می توان نوشت؟ (m, n, p, q عدد حسابی هستند.)

- (۱) ۹ (۲) ۱۲ (۳) ۱۵ (۴) ۱۸



۱۵- ابتدا چرخنده مقابل را می چرخانیم. می دانیم عقربه روی عددی فرد ایستاده است. سپس ۲ سکه را با هم می اندازیم. می دانیم حداقل یکی از سکه ها رو آمده است. چقدر احتمال دارد که عقربه چرخنده روی ۳ ایستاده باشد و دقیقاً یکی از سکه ها «رو» آمده باشد؟

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{6}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{1}{2}$

۱۶- اگر x یک عدد صحیح باشد، بزرگترین مقدار ممکن x که به ازای آن، عبارت زیر درست باشد، کدام گزینه است؟

$$5^x + 125^{-2} < (-\sqrt{50})^x + 625^3$$

- (۱) ۱۸ (۲) ۱۹ (۳) -۱۸ (۴) -۱۹

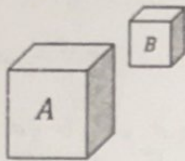
۱۷- برای چند تا از جمله های زیر می توان «مثال نقض» آورد؟

- برای هر عدد حقیقی و مثبت $\sqrt[3]{a} < \sqrt{a}$
 - هر عدد حقیقی نا منفی، دارای ۲ ریشه دوم است
 - به ازای هر عدد حقیقی و مثبت a و b ، $\sqrt{a} + \sqrt{b} \geq \sqrt{a+b}$.
- (۱) صفر
 (۲) ۱
 (۳) ۲
 (۴) ۳

۱۸- A و B دو عدد هستند که به صورت نماد علمی نوشته شده اند. اگر $A+B$ و $A-B$ را نیز، بتوانیم به صورت نماد علمی بنویسیم.

- آن گاه حداکثر اختلاف توان ۱۰ در نمایش $A+B$ و $A-B$ کدام است؟
- (۱) صفر
 (۲) یک
 (۳) دو
 (۴) نمی توان محاسبه کرد

۱۹- اگر مقدار حجم مکعب A با مقدار مساحت کل مکعب B برابر باشد و ضلع مکعب A برابر $6a$ باشد، ضلع مکعب B برابر کدام گزینه است؟



- (۱) $6a\sqrt{a}$ (۲) $6a\sqrt{6a}$ (۳) $6a\sqrt[3]{6a}$ (۴) $6a\sqrt[4]{a}$

۲۰- حاصل $\sqrt{50} \times \sqrt{6} \times \frac{1}{\sqrt{-5\sqrt{3}}}$ برابر است با:

- (۱) $2\sqrt[3]{75}$ (۲) $-\sqrt[3]{60}$ (۳) $5\sqrt[3]{5\sqrt{3}}$ (۴) $-2\sqrt[3]{675}$

۲۱- عبارت مقابل با کدام یک از گزینه های زیر، برابر است؟

- (۱) $4x^2(2x-1)$ (۲) $(8x-4)(x^2-x)$
 (۳) $2x(x^2-x)$ (۴) $(2x-1)(4x^2-4)$

۲۲- در سالن انتظار یک هتل، چهار ساعت به شماره های ۱، ۲، ۳ و ۴ که هر کدام زمان مربوط به یکی از کشور های A و B و C و D را نشان می دهند، نصب شده اند. اطلاعات زیر موجود است:

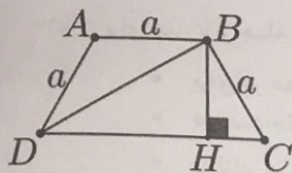
- کشور های A و D ، از نظر زمانی چهار ساعت با یکدیگر اختلاف دارند.
- ساعت شماره ۲ که چهار بعدازظهر را نشان می دهد، مربوط به کشوری غیر از B است.
- اختلاف زمانی ساعت های شماره ۳ و ۴، یک ساعت است.
- ساعت مربوط به کشور C ، ۶ بعدازظهر را نشان می دهد.

اگر زمانی که ساعت های شماره ۲ و ۳ نشان می دهند، ۵ ساعت با یکدیگر اختلاف داشته باشد، ساعت شماره ۱ مربوط به کدام کشور است؟

(۱) A (۲) B (۳) C (۴) D

۲۳- مقدار داده شده در کدام گزینه، از بقیه کوچکتر است؟

- (۱) $\left[\left(-\frac{2}{5} \right)^{-2} \right]^{-1}$ (۲) $\left[\left(-\frac{2}{5} \right)^{-1} \right]^{-2}$
 (۳) $\left[-\left(\frac{2}{5} \right)^{-2} \right]^{-1}$ (۴) $\left[-\frac{2^{-2}}{5} \right]^{-1}$



۲۴- در ذوزنقه مقابل $AD = AB = BC = a$ و مثلث های BHD و BHC متشابه اند.

نسبت $\frac{BD}{BC}$ کدام است؟

(۲) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

(۱) $\sqrt{3}$

(۴) ۳

(۳) $\frac{1}{2}$

$\left(\frac{\frac{6}{\sqrt{3x}} - \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{x}}}{\frac{6}{\sqrt{3x}} - \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{x}}}\right)^3$

۲۵- حاصل عبارت مقابل برابر است با:

(۲) $9x^{-2}$

(۱) $\left(\frac{2\sqrt{3x} - \sqrt{9x}}{x}\right)^3$

(۴) $9x^{-1}$

(۳) $\left(\frac{2}{x}\right)^3$

۲۶- a و b و c و d چهار عدد طبیعی متمایز هستند که هیچ یک از آنها مربع کامل نیست. کمترین مقدار $a + b + c + d$ را بیابید که

(۲) ۳۰

$\sqrt{a} + \sqrt{b} = \sqrt{c} + \sqrt{d}$

(۴) ۶۰

(۱) ۱۰

(۳) ۲۶

۲۷- کدام عامل در تجزیه عبارت $x^2y - y^2z + x^2z - y^3$ وجود دارد؟

(۲) $(y+z)$

(۱) $(x-z)$

(۴) $(y-z)$

(۳) $(x+z)$

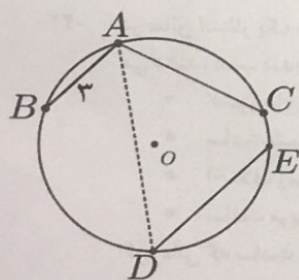
۲۸- کدام یک از گزینه های زیر، یک اتحاد است؟

(۲) $a^2 - \frac{1}{a^2} = \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 2$

(۱) $(x+y)^2 - (x-y)^2 = -4xy$

(۴) $x(3x+3y-1) - y = (3x+1)(x-y)$

(۳) $(a-2b-c)^2 = (a-c)^2 - 4b(a-b-c)$



۲۹- در شکل مقابل، AD نیم ساز زاویه BAC و AB موازی DE است. اگر $AB = 3$ و $BD = 8$ و فاصله A تا DE برابر $\sqrt{60}$ باشد، اندازه AC برابر است با: (O مرکز دایره)

(۲) $\sqrt{60}$

(۱) ۴

(۴) ۸

(۳) ۷

۳۰- چهارضلعی مقعر $MNPK$ دارای یک زاویه مشترک با چهارضلعی محدب $ABCD$ است. $(\hat{M} = \hat{A}, MK = 4, MN = 3)$ نقطه N روی ضلع AB قرار دارد. اگر P رانسبت به NK تقارن محوری داده و تصویر آن را P' بنامیم، آنگاه $MNPK$ با

$ABCD$ به نسبت $\frac{1}{2}$ متشابه است. در صورتی که $AD = BD$ و فاصله C تا DB برابر ۲ باشد، مساحت $ABCD$ برابر است با:

(۲) $16 + 3\sqrt{73}$

(۱) $8 + 3\sqrt{55}$

(۴) $8 + 3\sqrt{73}$

(۳) $16 + 3\sqrt{55}$

موفق باشید