

معادله

۱. در زیر، هریک از اعداد سمت راست، جواب یکی از معادله‌های سمت چپ است. هر معادله را به جواب آن وصل کنید.

- | | |
|--------------------------------------|-------------------------|
| • $x^2 + x - 2 = \frac{2x-2}{4} + 1$ | • -1 |
| • $x^3 - x = x^2 - 1$ | • 0 |
| • $5x^2 + x = 0$ | • $\sqrt{2}$ |
| • $(x^2 - 1)^2 = 8x^2$ | • $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ |
| | • $-\frac{1}{5}$ |

۶۹

• جبر و معادله •

Activate Windows
Go to Settings to activate Windows

۲. چرا در همه مربع‌های جادویی 3×3 که با اعداد ۱ تا ۹ ساخته می‌شوند، عدد خانه وسط، همیشه ۵ است؟

۳. برای اندازه‌گیری دما در برخی کشورها از واحد سانتی‌گراد (C) و در برخی کشورها از واحد فارنهایت (F) استفاده می‌شود. آب در صفر درجه سانتی‌گراد و ۳۲ درجه فارنهایت یخ می‌زند. در جدول زیر، تبدیل شده دماهایی از سانتی‌گراد به فارنهایت را مشاهده می‌کنید.

C	-30°	-20°	-10°	0°	100°
F	-23	-4	14	32	212



الف) می‌دانیم رابطه بین F و C به صورت $F = mC + n$ است. با توجه به جدول بالا، اعداد m و n را بیابید.

ب) در چه درجه‌ای سانتی‌گراد و فارنهایت یک عدد را نشان می‌دهند؟

۴. الف) کدام یک از موارد زیر می‌تواند صورت مسئله‌ای باشد که معادله‌اش به صورت $2x + 3 = 5x$ است؟

- دو دوندۀ روزی سه کیلومتر می‌دوند. پنج دوندۀ روزی چند کیلومتر می‌دوند؟
- قیمت پنج کیلو سیب، سه هزار تومان بیشتر از قیمت دو کیلو از همان سیب است. قیمت سه کیلو سیب چند هزار تومان است؟
- سه روز بعد از دو روز دیگر، پنج‌شنبه خواهد بود. امروز چند شنبه است؟
- دمای شهری که دو برابر دمای آن، سه واحد بیشتر از پنج برابر دمایش است، چقدر است؟

ب) با کمک هم‌کلاسی‌های‌تان حداقل ۵ مسئله بسازید که معادله آنها به صورت $2x + 3 = 5x$ باشد.

۷۰

• جبر و معادله •

۵. ابتدا برای هر یک از معادله‌های زیر یک مسئله بسازید و سپس آنها را حل کنید.

الف) $\frac{4a-6}{7} + 3a = 11 - 2a$

ب) $x + 2x + 3x + \dots + 10x + 11 = 66$

ج) $\frac{8y-3}{5} = \frac{6y+10}{4}$

د) $4x - 8x - 12x - \dots - 48x - 4 = 584$

۶. الف) چند مستطیل با طول و عرض طبیعی وجود دارد که محیط آن ۲۰ باشد.

ب) معادله $2x + 2y = 20$ چند جواب طبیعی دارد؟ همهٔ جواب‌ها را بنویسید.

۷. الف) معادله $x + 2y = 50$ چند جواب صحیح نامنفی دارد؟

ب) معادله $x + 2y + 4z = 100$ چند جواب صحیح نامنفی دارد؟

۸. چند عدد حسابی یک رقمی مانند a و b در معادله $ab = 10 + a$ صدق می‌کنند؟

۹. چند عدد صحیح می‌توان یافت که حاصل ضرب آن عدد در عدد قبلی‌اش برابر با حاصل ضرب آن عدد در عدد بعدی‌اش شود؟

مهتاب و مهناز این مسئله را به صورت زیر حل کرده‌اند. دربارهٔ راه‌حل این دو نفر بحث کنید.

راه‌حل مهتاب:	راه‌حل مهناز:
$x(x+1) = x(x-1)$	$x(x+1) = x(x-1)$
$\implies x(x+1) = x(x-1)$	$\implies x^2 + x = x^2 - x$
$\implies (x+1) = (x-1)$	$\implies 2x = 0$
$\implies 1 = -1$.	$\implies x = 0$.
بنابراین این مسئله جواب ندارد.	بنابراین فقط عدد صفر جواب این مسئله است.

• جبر و معادله •

۱۰. چند عدد صحیح وجود دارد که حاصل ضرب آن در عدد بعدی‌اش، چهار واحد بیشتر از آن عدد باشد؟

۱۱. $\frac{2}{3}$ عددی از $\frac{1}{5}$ آن بیشتر است. آن عدد چیست؟

۱۲. یکی از همسایه‌های طاهره خانم، سن او را پرسید. طاهره خانم گفت: «سن من دو سوم سال‌هایی است که مانده تا ۱۰۰ ساله شوم.» سن طاهره خانم چقدر است؟

۱۳. عددی به ما داده شده است. آن را دو برابر می‌کنیم و یک واحد از نتیجه کم می‌کنیم. اگر نتیجه $1 + 2^{2000}$ باشد، با چه عددی شروع کرده‌ایم؟

۱۴. اگر قیمت بی‌تخفیف سه تلفن همراه از یک نوع برابر قیمت با تخفیف پنج تلفن همراه از همان نوع باشد، تخفیف چند درصد است؟



۱۵. وقتی ۳۰ درصد از یک بشکه خالی است، حجم آن ۳۰ لیتر بیشتر از زمانی است که ۳۰ درصد از آن بشکه پر است. وقتی بشکه کاملاً پر است، حجم بشکه چقدر است؟

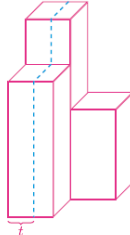
۱۶. شکل زیر یک مکعب مستطیل است که مساحت کل آن برابر ۱۸۲ می‌باشد. اگر $10 = x + h$ ، آنگاه h را بیابید.



چیر و مبادله

۱۷. مکعب مستطیلی به ابعاد x ، x و $\frac{1}{2}x$ را در نظر بگیرید. این مکعب را روی وجه مربعی آن قرار داده‌ایم و تا ارتفاع h داخل آن آب ریخته‌ایم. اگر مکعب را بچلانییم و آن را روی وجه $x \times \frac{1}{2}x$ قرار دهیم، ارتفاع آب ۳ می‌شود. اگر x عددی صحیح باشد، آنگاه h را بیابید.

۱۸. سه مکعب مستطیل چوبی مانند شکل زیر به یکدیگر چسبیده‌اند. ارتفاع این مکعب مستطیل‌ها ۳، ۲ و ۴ و قاعده‌های سه مکعب مربع‌های هم‌نهشت به طول ضلع ۱ هستند. با یک آره، این حجم چوبی را از محل خط‌چین به دو قسمت با حجم مساوی تقسیم می‌کنیم. f چه کسری از طول ضلع مربع است؟



۱۹. حاصل جمع پنج عدد طبیعی متوالی برابر با حاصل جمع سه عدد طبیعی متوالی بعدی است. مجموع این هشت عدد را به دست آورید.

۲۰. شانزده عدد طبیعی متمایز که میانگین آنها ۱۶ باشد را در نظر بگیرید. در بین این اعداد بزرگترین عدد ممکن، چه عددی است؟

۲۱. من و چهار نفر از دوستانم مقداری پول خرج کرده‌ایم. به‌طور متوسط هر کدام از ما ۸۰۰۰ تومان خرج کرده است. من ۱۰۰۰۰ تومان خرج کرده‌ام. هر کدام از دوستانم به‌طور متوسط چقدر خرج کرده‌اند؟

۷۳

Activate W
Go to Settings

چیر و مبادله

۲۲. تعدادی از مؤلفان کتاب‌های تکمیلی ویژه استعدادهای درخشان در جلسه‌ای حضور داشتند. میانگین سن این افراد برابر تعدادشان بود. شخصی که ۶۱ ساله بود، به این جلسه اضافه شد.

الف) اگر یازهم میانگین سن افراد حاضر در جلسه برابر تعدادشان باشد، در ابتدا چند نفر در جلسه حضور داشته‌اند؟

ب) اگر میانگین سن افراد حاضر در جلسه تغییر نکرده باشد، در ابتدا چند نفر در جلسه حضور داشته‌اند؟



۲۳. الف) امیرحسین هر روز صبح با دوچرخه از خانه به مدرسه می‌رود. او صبح‌ها مسیر خانه تا مدرسه را با سرعت ۳۰ کیلومتر در ساعت و بعدازظهرها مسیر مدرسه تا خانه را با سرعت ۹۰ کیلومتر در ساعت رکاب می‌زند. چرا میانگین سرعت امیرحسین ۶۰ کیلومتر در ساعت نیست؟

ب) مسئله را در حالت کلی که سرعت‌های ۳۰ و ۹۰ به ترتیب با v و $2v$ جانشین شوند، حل کنید.



۷۴

Activate Win
Go to Settings to

۲۴. هومن پول هایش را جمع می‌کند تا رایانه‌ای ۵,۴۰۰,۰۰۰ تومانی بخرد.

وقتی شروین از هومن پرسید: «چقدر پول جمع کرده‌ای؟» هومن گفت: «اگر یک پنجم بیشتر از پول الانم را داشتم، یک چهارم کمتر از پولی که برای خرید رایانه لازم دارم، نیاز داشتم.»

وقتی بهمن از هومن پرسید: «چقدر پول جمع کرده‌ای؟» هومن گفت: «اگر یک پنجم بیشتر از پول الانم داشتم، هنوز سه چهارم از پول خرید رایانه را نیاز داشتم.»
باتوجه به متن بالا آیا می‌توان گفت هومن راستگو نیست؟!

۲۵. چه عددی است که اگر آن را در ۳ ضرب کنیم، سپس $\frac{1}{3}$ حاصل ضرب را به حاصل ضرب اضافه کنیم، بعد حاصل این جمع را بر ۷ تقسیم کنیم و سپس $\frac{1}{7}$ خارج قسمت را از خارج قسمت کم کنیم و حاصل تفاضل را به توان ۲ برسانیم و ۵۲ واحد از این مجذور کم کنیم، بعد از جذر گرفتن از حاصل آخرین تفاضل ۸ واحد به این جذر اضافه کنیم و نتیجه را بر ۱۰ تقسیم کنیم، پاسخ مساوی ۲ شود؟

۲۶. رامید گفته که او و شش نفر از دوستانش باهم ۷۰۷ لیو فروخته‌اند. می‌دانیم تعداد لیوهای فروخته شده هیچ دوتای آنها یکی نیست و تعداد لیوهای کسی که بیشترین لیو را فروخته است، شش لیو بیشتر از کسی است که کمترین لیو را فروخته است. کسی که کمترین لیو را فروخته، چه تعداد لیو فروخته است؟



۲۷. رضا می‌خواست دو عدد دو رقمی را در هم ضرب کند. متأسفانه عدد اولی را در مقلوب عدد دومی ضرب کرد. جواب رضا ۲۸۱۶ واحد بیشتر از جواب درست بود. جواب درست را بیابید.

۲۸. ریزعلی روی پلی که ریل راه‌آهن از آن عبور می‌کرد، در حال حرکت بود. او بعد از اینکه $\frac{1}{3}$ مسافت روی پلی را پیمود، قطاری دید که از روبه‌رو به سمت او می‌آمد. ریزعلی تشخیص داد که اگر به سمت قطار بدود در لبهٔ پل به قطار می‌رسد (شکل ۱) و می‌تواند از ریل خارج شود؛ همچنین اگر برگردد و به سمت دیگر پلی بدود باز هم در لبهٔ پل قطار به او می‌رسد (شکل ۲) و می‌تواند به موقع از ریل خارج شود. اگر سرعت دویدن ریزعلی ۲۰ کیلومتر در ساعت باشد، سرعت قطار چقدر بوده است؟



شکل ۱



شکل ۲

دهقان فداکار

ریزعلی خواجوی مشهور به دهقان فداکار در سال ۱۳۴۱ توانست شب‌هنگام جان مسافران یک قطار را نجات دهد. به گفتهٔ او پس از توقف قطار، مردم ناراضی از قطار پناهِ شدند و او را کتک زدند! پس از آنکه مسافران با چشم خود ریزش کوه را دیدند، به تشکر و عذرخواهی از او روی آوردند.