

1398

پاسخ تشریحی ریاضی تکمیلی نهم

ویژه دانش‌آموزان علاقه‌مند به ریاضی

کوشیار ؛ جایی برای یادگیری!

به نام خدا



کوشیار جایی برای یادگیری!

www.kooshyarlearn.ir

@kooshyarlearn

Admin : @kooshyar_admin

برگزاری کلاس حضوری در کرج و غرب تهران

کلاس اینترنتی در سراسر ایران

مطالب و جزوات ریاضیات ، فیزیک و خلاقیت

به کانال و وبگاه ما سر بزنید

- نکات ریاضی تکمیلی مدارس استعدادهای درخشان
- پایه نهم
- حل تشریحی صفحه 22
- موضوع : مجموعه‌ها
- نظرات خود را به آیدی تلگرام زیر بفرستید
- @kooshyar_admin
- صفحه ما را در اینستاگرام فالو کنید
- @kooshyarlearn

سوال :

۴. تعداد اعضای کدام مجموعه‌ها باهم برابرند؟

الف) مجموعه A شامل همه اعداد چهار رقمی است که با رقم‌های ۱، ۲، ۳ و ۴ نوشته می‌شوند و رقم تکراری ندارند.

ب) مجموعه B همه اعداد چهار رقمی است که از جابه‌جایی رقم‌های ۳، ۳، ۶، ۸ ساخته می‌شوند.

ج) مجموعه C همه کلماتی است که از جابه‌جایی حروف M, A, T, H ساخته می‌شوند.

د) مجموعه D شامل همه حالت‌های ایستادن عرفان، الیاس، پوریا و کیان در یک صف است.

پاسخ :

الف) بدون رقم تکراری

$$\frac{4}{\text{هزارگان}} \times \frac{3}{\text{صدگان}} \times \frac{2}{\text{دهگان}} \times \frac{1}{\text{یکان}} = \frac{24}{\text{کل}}$$

ب) با فرض اینکه عدد تکراری نداریم!

$$\frac{4}{\text{هزارگان}} \times \frac{3}{\text{صدگان}} \times \frac{2}{\text{دهگان}} \times \frac{1}{\text{یکان}} = \frac{24}{\text{کل}}$$

البته لازم به ذکر است که جابجایی‌های ناشی از تکرار 3، هیچ عدد جدیدی را تشکیل نمی‌دهد.

$$\frac{24}{2!} = 12$$

ج) دقیقاً مثل الف حل می‌شود. جواب برابر 24 است.

$$\frac{4}{\text{حرف اول}} \times \frac{3}{\text{حرف دوم}} \times \frac{2}{\text{حرف سوم}} \times \frac{1}{\text{حرف چهارم}} = \frac{24}{\text{کل}}$$

د) دقیقاً مثل الف حل می‌شود. جواب برابر 24 است.

$$\frac{4}{\text{کل}} \times \frac{3}{\text{نفر دوم}} \times \frac{2}{\text{نفر سوم}} \times \frac{1}{\text{نفر چهارم}} = \frac{24}{\text{کل}}$$

الف، ج و د تعداد برابر هستند.

سوال :

۵. جفت مجموعه‌هایی را که تعداد اعضای آنها برابر است، مشخص کنید.
- الف) اعضای مجموعه A همه اعداد سه رقمی هستند که با رقم‌های ۱ و ۲ نوشته می‌شوند.
- ب) اعضای مجموعه B همه اعداد دو رقمی هستند که با رقم‌های ۱، ۲ و ۳ نوشته می‌شوند.
(تکرار رقم‌ها مجاز است.)
- ج) از شهر x به شهر y سه جاده وجود دارد. از شهر y به شهر z نیز سه جاده وجود دارد.
مجموعه C همه مسیرهای ممکن را که می‌توان از x به z رفت، نشان می‌دهد.
- د) اعضای مجموعه D همه حالت‌های ممکن سه‌بار پرتاب یک سکه هستند.
- برای هر جفت مجموعه‌های بالا که مشخص کرده‌اید، مجموعه دیگری مثال بزنید که تعداد اعضای آن مجموعه با تعداد اعضای مجموعه‌های آن جفت برابر باشد.

پاسخ :

(الف)

برای هر سه جایگاهی که در یک عدد سه رقمی وجود دارد، ۲ انتخاب داریم. حاصل هیچ کدام از این انتخاب‌ها هیچگاه تکراری نمی‌شود.

یک فرق اساسی و مهم بین قسمت ب سوال قبلی و این سوال وجود دارد. در آنجا ما، با علم به اینکه عدد ۳ دوبار تکرار شده، این تکرار را نادیده گرفتیم و فرض کردیم همه اعداد متمایز اند. در نهایت این فرض نادرست خود را با شمردن تعداد حالات تکراری اصلاح کردیم. ولی در اینجا از ابتدا با فرض‌های صحیح پیش می‌رویم و نیازی به تصحیح نیست!

$$\frac{2}{\text{کل}} \times \frac{2}{\text{یکان}} \times \frac{2}{\text{دهگان}} = \frac{2^3}{\text{صدگان}} = 8$$

(ب)

برای هر دو جایگاهی که در یک عدد دو رقمی وجود دارد، 3 انتخاب داریم. حاصل هیچ کدام از این انتخاب‌ها هیچگاه تکراری نمی‌شود.

$$\frac{3}{\text{دهگان}} \times \frac{3}{\text{یکان}} = \frac{3^2 = 9}{\text{کل}}$$

(ج)

تعداد حالات 9 می‌شود.

$$\frac{3}{\text{مسیر اول}} \times \frac{3}{\text{مسیر دوم}} = \frac{3^2 = 9}{\text{کل}}$$

برای انتخاب کالای اول 9 حالت داریم. حین انتخاب کالای دوم 8 انتخاب داریم، چرا که یکی از آنها (که مهم نیست کدام باشد) در انتخاب اول، انتخاب شده است.

(د) برای هر سه جایگاهی که در یک پرتاب سه تایی پشت سرهم، وجود دارد، 2 انتخاب داریم. حاصل هیچ کدام از این انتخاب‌ها هیچگاه تکراری نمی‌شود.

$$\frac{2}{\text{پرتاب اول}} \times \frac{2}{\text{پرتاب دوم}} \times \frac{2}{\text{پرتاب سوم}} = \frac{2^3 = 8}{\text{کل}}$$